

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 16

Решение иррациональных уравнений. Свойства корня.

Цель.

Решить уравнения, сделав проверку, выполнить вычисления опираясь на определение арифметического корня и его свойства. Сделать выводы.

Методические указания

Практическая работа состоит из 3 заданий (10 различных примеров)

Задание 1, 2 Задание 3 (А, Б, В, Г) – 4 балла; Задание 3(Д, Е, Ж, З) – 6 баллов. Выводы – 1 балл за вопрос.

Максимальное количество баллов – 53. На оценку «3» нужно набрать 27 баллов, На оценку «4» - 40 баллов, на оценку «5» - 50 баллов.

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=125$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}} = \frac{m^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{42}} \cdot m^{\frac{1}{7}}} = m^{\frac{1}{2} - \frac{1}{42} - \frac{1}{7}} = m^{\frac{21-1-6}{42}} = m^{\frac{14}{42}} = m^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{при } m=125 \quad m^{\frac{1}{3}} = 125^{\frac{1}{3}} = (5^3)^{\frac{1}{3}} = 5^1 = 5$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < -22$

$$x + \sqrt{x^2 + 44x + 484} = x + \sqrt{(x+22)^2} = x + |x+22|$$

Так как x меньше -22 , выражение под знаком модуля отрицательное, поэтому при снятии модуль меняет знак $x - x - 22 = -22$

Задание 3. Решите уравнения.

А)

$$\sqrt{17 - 2x} = 3 \quad \text{ПРОВЕРКА}$$

$$\sqrt{17 - 2x}^2 = 3^2 \quad x = 4$$

$$17 - 2x = 9 \quad \sqrt{17 - 2 \cdot 4} = 3$$

$$-2x = 9 - 17 \quad \sqrt{17 - 8} = 3$$

$$-2x = -8 \quad \sqrt{9} = 3$$

$$x = 4 \quad 3 = 3$$

Б) В)

$$\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7} \quad \text{ПРОВЕРКА}$$

$$\frac{6}{4x-54} = \frac{1}{49} \quad \sqrt{\frac{6}{4 \cdot 47 - 54}} = \frac{1}{7}$$

$$1 \cdot (4x-54) = 6 \cdot 49 \quad \sqrt{\frac{6}{294}} = \frac{1}{7}$$

$$4x - 54 = 294 \quad \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$$

$$4x = 348$$

$$x = 87 \quad \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

Г)

$$\sqrt[5]{x-3} = -2$$

$$(\sqrt[5]{x-3})^5 = (-2)^5$$

$$x - 3 = -32$$

$$x = -32 + 3$$

$$x = -29$$

Д) $\sqrt{2x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 + 5}$

$$(\sqrt{2x^2 + 4x})^2 = (\sqrt{x^2 + 5})^2$$

$$2x^2 + 4x = x^2 + 5$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = 1$$

ПРОВЕРКА

$$x = -5$$

$$\sqrt{2 \cdot (-5)^2 + 4 \cdot (-5)} = \sqrt{(-5)^2 + 5}$$

$$\sqrt{30} = \sqrt{30}$$

ВЕРНО

ПРОВЕРКА

$$x = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1} = \sqrt{1^2 + 5}$$

$$\sqrt{6} = \sqrt{6}$$

ВЕРНО

Е) Ж) $\sqrt{3x+13} = x+1$.

Решение: Возведем обе части равенства в квадрат: $3x+13 = x^2 + 2x + 1$.

Перенесем все слагаемые в одну часть, приведем подобные и решим квадратное уравнение:

$$x^2 - x - 12 = 0. \text{ Корни этого уравнения } x_1 = 4 \text{ и } x_2 = -3. \text{ Сделаем проверку:}$$

$$X = 4 \sqrt{3 \cdot 4 + 13} = 4 + 1, \quad \sqrt{25} = 5, \quad 5 = 5.$$

$X = -3. \sqrt{3 \cdot (-3) + 13} = -3 + 1, \quad \sqrt{4} = -2, \quad 2 = -2$. Неверное равенство, следовательно, $x = -3$ не является корнем уравнения.

Ответ: $x = 4$.

3) $\sqrt{20-x} + \sqrt{x+5} = 7$.

Решение: Возведем обе части уравнения в квадрат $20-x+2\sqrt{20-x} \cdot \sqrt{x+5} + x+5 = 49$, произведя приведение подобных членов, получим уравнение $\sqrt{20-x} \cdot \sqrt{x+5} = 12$. Вновь возведя в квадрат получается $x^2 - 15x + 44 = 0$. Это уравнение имеет корни $x_1 = 4, x_2 = 11$. При подстановке подходят оба корня.

Ответ: $x_1 = 4, x_2 = 11$.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=4096$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[12]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < 12$

$$x + \sqrt{x^2 - 24x + 144}$$

Задание 3. Решите уравнения.

А) $\sqrt{14-5x} = 3$.

Б) $\sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}$.

В) $\sqrt{\frac{7x+28}{18}} = 7$.

Г) $\sqrt[3]{x-4} = 3$.

Д) $\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2x^2 - 6x - 1}$

Е) $\sqrt{2x+1} = 1-x$

Ж) $\sqrt{-56-15x} = -x$.

3) $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1} = 1$

Выводы:

1. Какое уравнение называется иррациональным?
2. В каких иррациональных уравнениях можно не делать проверку?
3. Когда не существует корень четной степени?
4. Приведите пример иррационального уравнения
5. Что такое корень уравнения?

Вариант 2

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=729$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[18]{m} \cdot \sqrt[9]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < -8$

$$x + \sqrt{x^2 + 16x + 64}$$

Задание 3. Решите уравнения.

А) $\sqrt{19 + 5x} = 2$.

Б) $\sqrt{\frac{5}{3x - 7}} = \frac{1}{8}$.

В) $\sqrt{\frac{5x + 26}{6}} = 6$.

Г) $\sqrt[3]{x + 10} = 5$.

Д) $\sqrt{x^2 - x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 6}$

Е) $\sqrt{2x + 9} = 3 - x$

Ж) $\sqrt{-42 - 13x} = -x$.

З) $\sqrt{5x - 6} - \sqrt{x - 2} = 2$

Вариант 3

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=256$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[5]{m} \cdot \sqrt[20]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < -13$

$$x + \sqrt{x^2 + 26x + 169}$$

Задание 3. Решите уравнения.

А) $\sqrt{6x + 4} = 2$.

Б) $\sqrt{\frac{5}{3 - 2x}} = \frac{1}{9}$.

В) $\sqrt{\frac{2x + 23}{13}} = 5$.

Г) $\sqrt[3]{x - 4} = 2$.

Д) $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

Е) $\sqrt{61 - x} = x + 11$

Ж) $\sqrt{-45 - 14x} = -x$.

З) $\sqrt{4x - 4} - \sqrt{x + 4} = 1$

Вариант 4

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=512$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < 18$

$$x + \sqrt{x^2 - 36x + 324}$$

Задание 3. Решите уравнения.

А) $\sqrt{-8 + 9x} = 8$.

$$\text{Б)} \sqrt{\frac{2}{2x-54}} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Б)} \sqrt{\frac{4x+40}{17}} = 4.$$

$$\text{Г)} \sqrt[3]{x+8} = 3.$$

$$\text{Д)} \sqrt{2x^2 - 5x + 1} = \sqrt{x^2 - 2x - 1}$$

$$\text{Е)} \sqrt{16-x} = x-10$$

$$\text{Ж)} \sqrt{-35-12x} = -x.$$

$$\text{3)} \sqrt{5-x} + \sqrt{x-3} = 2$$

Вариант 5

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=64$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[12]{m} \cdot \sqrt[4]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < -25$

$$x + \sqrt{x^2 + 50x + 625}$$

Задание 3. Решите уравнения.

$$\text{А)} \sqrt{6x+57} = 9.$$

$$\text{Б)} \sqrt{\frac{2}{4x-58}} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{В)} \sqrt{\frac{2x+51}{15}} = 9.$$

$$\text{Г)} \sqrt[3]{x-4} = 8.$$

$$\text{Д)} \sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x}$$

$$\text{Е)} \sqrt{x-3} = x-9$$

$$\text{Ж)} \sqrt{-32-12x} = -x.$$

$$\text{3)} \sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1} = 1$$

Вариант 6

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=625$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[20]{m} \cdot \sqrt[5]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < 10$

$$x + \sqrt{x^2 - 20x + 100}$$

Задание 3. Решите уравнения.

$$\text{А)} \sqrt{3x+49} = 10.$$

$$\text{Б)} \sqrt{\frac{6}{2x-42}} = \frac{1}{10}.$$

$$\text{В)} \sqrt{\frac{4x+60}{7}} = 12.$$

$$\text{Г)} \sqrt[3]{x+4} = 7.$$

$$\text{Д)} \sqrt{3x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 6x + 13}$$

Е) $\sqrt{x-1} = x-7$
 Ж) $\sqrt{-24-11x} = -x.$
 3) $\sqrt{4x-4} - \sqrt{x+4} = 1$

Вариант 7

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=1024$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[30]{m} \cdot \sqrt[6]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < 9$

$$x + \sqrt{x^2 - 18x + 81}$$

Задание 3. Решите уравнения.

А) $\sqrt{6x+31} = 7.$

Б) $\sqrt{\frac{18}{2x-52}} = \frac{1}{8}.$

В) $\sqrt{\frac{2x+20}{15}} = 4.$

Г) $\sqrt[3]{x+2} = 4.$

Д) $\sqrt{3x^2 - 4x - 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$

Е) $\sqrt{3-3x} = x+5$

Ж) $\sqrt{-24-10x} = -x.$

3) $\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3} = 2$

Вариант 8

Задание 1. Вычислите значение выражения, при $m=1296$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[5]{m} \cdot \sqrt[20]{m}}$$

Задание 2. Найдите значение выражения при $x < -24$

$$x + \sqrt{x^2 + 48x + 576}$$

Задание 3. Решите уравнения.

А) $\sqrt{3x+37} = 13.$

Б) $\sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}.$

В) $\sqrt{\frac{2x+32}{19}} = 2.$

Г) $\sqrt[3]{x+5} = 5.$

Д) $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

Е) $\sqrt{x+5} = x-1$

Ж) $\sqrt{-21-10x} = -x.$

3) $\sqrt{5x-6} - \sqrt{x-2} = 2$